

Rectas y circunferencia

1. Un triángulo tiene por vértices los puntos A, B, C ; siendo estos puntos los siguientes:

- A es el punto de intersección de las rectas $r: x - 2y + 8 = 0$ y $s: x + y - 10 = 0$
- B es el punto de intersección de la recta "r" con el eje OY
- C es el punto de intersección de la recta "s" con el eje OX

Determinar:

a) coordenadas de los puntos A, B, C

Sol: A(4,6) ; B(0,4) ; C(10,0)

b) ecuación de la altura correspondiente al vértice B y su longitud

Sol: $x - y + 4 = 0$; $h = 3\sqrt{2} u$

c) ecuación de la mediatriz correspondiente al lado BC

Sol: $5x - 2y - 21 = 0$

d) coordenadas del punto simétrico de A (A') respecto al lado BC

Sol: $A' \left(\frac{44}{29}, -\frac{6}{29} \right)$

e) área del cuadrilátero ABA'C

Sol: Área = $36 u^2$

f) Ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A, B, C.

Sol: $x^2 + y^2 - 26/3x - 2/3y - 40/3 = 0$

g) Ecuación de la circunferencia de centro el vértice A y es tangente al lado BC

Sol: $x^2 + y^2 - 8x - 12y + 1184/29 = 0$

2. Dada la circunferencia $C_1: x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$. Determinar:

a) distancia del punto P(8,5) al centro de la circunferencia

Sol: $10 u$

b) ¿qué posición ocupa el punto P respecto de la circunferencia?

Sol: exterior

c) Ecuación de la circunferencia C_2 que tiene por centro el punto P y tiene el mismo radio que C_1

Sol: $x^2 + y^2 - 16x - 10y + 64 = 0$

3. La recta $r: x - 2y + 4 = 0$ corta al eje de ORDENADAS en el punto A y a la bisectriz del primer cuadrante en el punto B. Determinar:

a) coordenadas del punto medio del segmento determinado por A y B

Sol: PM (2,3)

b) ecuación de la mediatriz del segmento AB

Sol: $2x + y - 7 = 0$

c) ángulo que forman la recta "r" y la bisectriz del primer cuadrante.

Sol: $18^\circ 26' 6''$

4. La recta $x + y - 2 = 0$ y una recta paralela a esta que pasa por el punto P(0,5), determinan, junto con los ejes coordenados un trapecio isósceles. Hallar el área del trapecio.

Sol: Área = $10,5 u^2$

Hacer una representación gráfica.

5. Desde el punto A(4,6) se trazan dos rectas:

- la 1ª (recta "r") es paralela a la bisectriz el primer cuadrante
- la 2ª (recta "s") es perpendicular a la recta $x + 6y - 40 = 0$

Determinar: a) ecuaciones de las rectas "r" y "s" Sol: $r: x - y + 2 = 0$; $s: 6x - y - 18 = 0$

b) punto de intersección (B) de la recta "r" con la bisectriz del 2º cuadrante Sol: B(-1,1)

c) punto de intersección (C) de la recta "s" con el eje OX Sol: C(3,0)

d) distancia desde C a la recta "r" Sol: $5\sqrt{2}/2 u$

e) ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos B y C Sol: $8x - 2y - 7 = 0$

f) área del triángulo ABC Sol: $12,5 u^2$

g) ecuación de la circunferencia de centro el punto A y de radio 5 unidades Sol: $x^2 + y^2 - 8x - 12y + 27 = 0$

h) distancia desde el centro de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ al punto A Sol: $\sqrt{85} u$

i) ecuación de la circunferencia de centro el punto B y que pasa por el punto A Sol: $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 48 = 0$

j) Hacer una representación gráfica del ejercicio.

Circunferencia, potencia, eje radical

6. Dadas las circunferencias: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0 \\ x^2 + (y - 4)^2 = 25 \end{cases}$ se pide: a) eje radical

(Sol: $2x - 5y - 5 = 0$)

b) punto del eje OX que tiene la misma potencia respecto de las dos circunferencias

(Sol: $(5/2, 0)$)

7. Hallar la posición relativa de los puntos P(2,-5), Q(2,3) y R(0,2) respecto de la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$$

Sol: P y Q pertenecen a la circunferencia; R es interior

8. Hallar la posición relativa de los puntos P(0,0), Q(5,-1) y R(9,9) respecto de la circunferencia tangente a los ejes coordenados de centro C(5,5)

Sol: P, Q, R exteriores

9. Hallar la posición relativa de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$ con la que tiene por centro el punto (0,1) y que pasa por el punto (1,-6)

Sol: secantes P(1,-6), Q(5,-4)

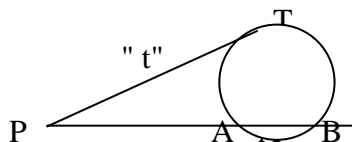
10. ¿Qué ángulo forma el eje radical de las circunferencias: $\left. \begin{matrix} x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0 \end{matrix} \right\}$ con la recta que recta que pasa por el centro de dichas circunferencias?

Sol: 90°

11. Hallar el lugar geométrico de los puntos del plano cuya potencia respecto a la circunferencia $(x - 1)^2 + y = 4$ es 10

Sol: $y = -x^2 + 2x + 13$ (parábola)

12. En el gráfico adjunto "t" es una recta tangente a la circunferencia en T. Si PA = 4 u y AB = 3 u, hallar PT



Sol: $2\sqrt{7}$

CÓNICAS: Indicar si las siguientes expresiones representan a: una **recta**, una **circunferencia**, una **elipse**, una **hipérbola** o una **parábola**.

a) $2x^2 - 9y^2 - 12x - 18y - 9 = 0$		m) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$	
b) $3x - 4y - 5 = 0$		n) $x^2 + 3y^2 - 6x + 6y = 0$	
c) $x^2 + y^2 = 16$		o) $y^2 - 2y + 16x - 31 = 0$	
d) $4y^2 + 3x^2 - 8y + 12x + 15 = 0$		p) $4x^2 - 9y^2 - 18x - 16y + 29 = 0$	
e) $x^2 - 4x + 4y + 16 = 0$		q) $3x - 4y = 5$	
f) $y = 3x - 1$		r) $x^2 + y^2 = 4x - 6y + 37$	
g) $x^2 - y^2 = 8$		s) $-3y = 1 - 2x + x^2$	
h) $x^2 + 2x + 20y - 59 = 0$		t) $-2y = 2x + 7$	
i) $(y+1)^2 = (x+3)$		u) $x^2 - y^2 - 2x + 4y - 16 = 0$	
j) $2x^2 + 2y^2 - 12x - 20y + 36 = 0$		v) $4x^2 + 4y^2 - 12x + 4y + 16 = 0$	
k) $2x = y + 4$		w) $y = x^2 - 1$	
l) $(x-1)^2 - (y-3)^2 = 16$		z) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	

1. Dado el punto **A (6,1)** y la recta **r: $x + 2y + 2 = 0$** , determinar:

- distancia** del punto A a la recta **r** Sol: $2\sqrt{5}$
- Punto simétrico** de A respecto a la recta "r". Sol: (2,-7)
- Punto de intersección** de la recta "r" con la recta "s" que es paralela a la bisectriz del primer cuadrante y pasa por el punto A Sol: (8/3, -7/3)

2. Por el punto P (-2,5) se trazan dos rectas:

- la recta "r" que tiene por pendiente **m = -3**
- la recta "s" que tiene por vector director **$\vec{v} (2, -3)$**

Hallar **el ángulo** que forman dichas rectas "r" y "s"

Sol: $15^\circ 15' 18''$

3. La recta **$2x + 3y - 6 = 0$** determina, al cortar a los ejes de coordenadas, un segmento **AB**.

- Determina la ecuación de la **mediatriz** de este segmento AB Sol: $6x - 4y - 5 = 0$
- Calcula el **área** del triángulo OAB, siendo O el origen de coordenadas. Sol: $3u^2$

4. La circunferencia C_1 tiene por ecuación **$x^2 + y^2 = 4$** y la circunferencia C_2 tiene por centro el punto C(6,0) y el radio es de 3 unidades.

- Estudia la posición relativa del punto P(5,-1) respecto a cada una de las circunferencias Sol: exterior resp. C_1 e interior resp. C_2 .
- ¿Cuál es la ecuación del eje radical de ambas circunferencias? Sol: $12x - 31 = 0$